一种不完全信息下的资产定价模型

唐伟敏　邹恒甫*

摘　要　本文研究了一种不完全信息下的股票定价模型。对信息不对称进行了新的分划。提出了一个新的概念：主观信息和客观信息。并用此解释了著名的"无交易理论",引入了对主观信息进行度量的数学变量：认同因子，并利用这些概念建立了一种动态的资产定价模型。

关键词　主观信息，客观信息，认同因子

传统的资本资产定价模型如 CAPM(Sharpe, 1964；Lintner, 1965；Mossin, 1966), ATP(Ross, 1976)至少有几个缺陷：第一，缺乏对资本资产价格形成机制的探讨；第二，缺乏对金融市场微观结构诸要素的探讨；第三、都是静态的，无法体现金融资产市场中投资者之间的动态博弈。因而，与其称之为资本资产定价模型，不如称之为资本资产的风险和收益的关联分析模型。从这些角度来讲，它对资本市场的解释能力以及对投资者的指导作用的局限性是可以预期的。

为了弥补传统模型的不足，之后的经济学家建立了许多模型。Demsetz (1968)第一次提出了一个买卖价差的模型。Garman (1976), Stoll (1978), O'Hara 和 Oldfied (1986)等相继提出和发展了存货模型。存货模型讨论了市场价格行为和价差的特征。他们的共同结论是：交易成本(包括各种存货成本)将决定买卖报价价差。但不幸的是：实证检验结果表明，存货模型对市场价格行为的解释同样是有限的。

Bagehot (1971)发表了关于信息模型的第一篇文章。该文中他首次尝试用信息成本而不是存货成本来解释价差。他提出了两个重要概念：知情交易者(informed trader)和未知情交易者(uninformed trader)。Copeland 和 Galai (1983)正式引入信息成本概念。Grossman 和 Stiglitz (1980)建立了一种用于分析拥有不同信息的交易者的交易策略的理性预期(REE)分析框架，认为市场出清时价格会传递信号。Kyle (1985)考察了知情交易者的交易策略，提出了噪声交易者(noise trader)的概念。Gloste 和 Milgrom(1985)通过序贯交易模型(Sequential Trade Model)首次将动态因素引入了信息模型，提出了将交易看作是传递信息的信号这种观点，成为信息模型中的里程碑，标志着信息模型时代的来临。信息模型的基本特征是用信息不对称所产生的信息成本而非交易成本来解释价差等市场要素。由于信息模型可以考察市场动态问题，即考察市场价格的调整过程并对知情交易者和非知情交易者的交易策略做出解释。所以时至今日，信息和信号模型仍是研究资本(金融)市场的主流模型，成为公司金融的新范式，不断地向纵深发展(Mankiw , 1986；Lucas, 1991；Campbell and Kyle, 1993；Wang, 1993,1994；Fama, 1998；Harrison and Jeremy, 1999)。他们运用信息不对称、不完全资本市场以及投资者个体差异来探讨诸如价差、均衡价格、交易量、价格的高估和低估、价格的动能和反转等诸多论题，得到了广泛的认同。

运用信息不对称模型进行动态资产定价有两个主要障碍：第一是"无交易理论"(又称完全揭示理论)，是由 Grossman (1981) 以及 Milgrom 和 Stokey (1985) 提出的。无交易理论认为，既然信息不对称是交易的唯一动机，那么由于投资者的交易意愿向市场揭示了信息，

---

*唐伟敏，武汉大学高级研究中心和武汉理工大学理学院统计系；邹恒甫，北京大学光华管理学院和武汉大学高级中心。通讯作者及地址：唐伟敏，武汉大学高级中心，430072；电话：(027)8654 9240；Email：twmdr@sina.com。作者感谢匿名审稿人的有益评论、姚洋主编的有益指导和武汉大学高级中心黄训腾老师、陈利平博士、陈志俊博士、徐水安博士、张克中博士以及武汉大学信息管理学院沙勇忠博士的帮助。

所以信息的不对称最终会消失在均衡中。因此，当市场中新的信息最终被确认时，就没有交易存在。该理论依赖于市场的经济结构。一些学者对此解释道：当市场不完全时，投资者除了信息之外还有其他的交易动机。但此解释显然是苍白的：其他的交易动机是什么？这些动机属于信息范畴吗？本文将对此交易理论进行解释。第二个障碍就是面临不完全市场时，推导各种均衡的数学难度，该难度到目前为止是实质性的。

王江(Wang, 1993,1994)相继在 *The Review of Economic Studies* 和 *The Journal of political economy* 上发表了《非对称信息下的一种时态定价模型》以及《关于竞争市场下股票成交量的模型》。模型是假设在不完全市场下，由于市场的不完全结构，信号不能完全揭示经济中所有状态变量的真实值。投资者是存在个体差异的，他们对不同的信息反应产生差异，甚至他们对相同的信息的反馈也产生差异，这些差异构成了不同的交易动机，并引致不同的交易行为。他认为，投资者的信息不对称会加大价格的波动以及收益的负自相关，在信息不对称中处于劣势的投资者有可能会是跟风族(price-chaser)。他检验了交易者的行为和价格波动之间的动态关系，并认为成交量和价格的绝对波动与红利的绝对变化是正相关的。

这两篇文章的共同点都是从投资者最大化其生命效用出发来揭示知情交易者和未知情交易者的交易行为和交易策略，并由此推导某时期资产(股票)的均衡价格。当然，他未能求出模型的分析解，而只是用数字计算的方法来说明数学解的存在，这却充分印证了为什么数学方法是不完全市场下资本资产动态定价的障碍之一。王江(Wang, 1994)在模型中考虑到投资者交易行为的动态关系，并察觉到已有的投资者的信息差异不能完全解释市场的交易行为，于是他引进了知情交易者的“私人投资机会”这个概念。但(1)对“私人投资机会”，他解释为知情交易者的投资在耐用品、人力资本和其他非交易资产的收益率的大小。也就是说“私人投资机会”是独立于、外生于证券市场的。正如文中提到的，这个概念对解释市场中存在机构投资者时的交易行为是不足的。(2)王江文中的信息禀赋设定为未知情交易者的信息集是知情交易者信息集的子集。这就削弱了文中未知情交易者的“价格跟风”是合理存在的结论的意义。因为既然未知情交易者的信息集是知情交易者信息集的子集，按照交易行为传递信号的理论，未知情交易者所捕捉到的信号都是知情交易者的交易行为的反映，而未知情交易者的交易行为又是建立在他所捕捉到的信号的基础之上的，所以未知情交易者的“价格跟风”也就成为他们的唯一选择了。

一、描　述

到目前为止，在所有信息模型中，投资者分为两类：知情交易者和未知情交易者。知情交易者知道(或较好地知道)诸如股票红利或有关公司资产重组等消息，知道股票的真实价值；未知情交易者完全不知道(或知道虚假)的信息，在资本市场中它们只能从价格变化等市场信号中来提取出诸如红利等信号的信息。等到信息(号)渐渐释放，信息不对称逐渐减弱时，市场逐渐达到均衡。既然信息模型认为信息不对称是市场资本市场交易的唯一动机，这便产生了“无交易理论”的难题。

实际上，就我们看来，上面所谈的信息仅仅局限在市场的**客观信息**。所谓**客观信息**就是指诸如宏观经济形势、产业形势、公司经营状态、盈利能力、股本扩张能力(公积金)等最终成为确定要素的股票的基本面。所以，他们认为以该股票的质地(对股票的质地的评价、知情交易者是根据股票的基本面结合自己的预期收益和市场信号进行评价，未知情交易者提取市场信号进行评判)决定在某一价位买入或持有该股票的获利能力，从而形成对该股票的判断，以获得**基本收益**。所谓基本收益指的是当前股票的价位与基于股票基本面，即客观信息预期上的对应价格的差幅。股市中以获得基本收益为目的的交易行为属于投资行为。该判断一旦形成，它就不可避免地作用于股票之上，对股票的供求关系产生冲击从而对股票的

价格产生推波助澜或攒压的作用，股票价格的变化又反过来对投资者的判断产生影响。这种对客观信息的信号的提取以及对客观信息的预期决定了一定程度上的投资者投资意愿的强弱。客观信息决定了股票价格的长期均衡点。

通常来讲，所谓主观信息指的是投资者对共知的客观信息的主观预期。这种预期的差异会产生交易。现代金融理论在解释成交量时主要是基于此或由风险对冲所引致的投资组合的变更。但这是否涵盖一切交易行为呢？随着科技的进步，金融市场信息披露的不断规范，客观信息日趋对称，因此对客观信息的预期也日趋对称，这是否意味着成交量的日益萎缩？应该看到股票毕竟不同于息票，投资者投资的主要目的并非仅仅为了赚取红利，还有一种心态是为了从股票的价格波动中赚取价差(这种价差当然包括对客观信息的预期的差异)。股票市场的交易活动归根结底是投资者之间的博弈，社会心理学知识和大量的实证都论证了股票市场“跟风效应”的合理存在。经济活动中经济个体的自发博弈就从未停息。股市中一部分资金雄厚的投资者在进行投资决策的时候，以股票的客观信息为基础，结合历史的和当时的市场环境，通过买卖影响供求关系，进而影响价格走势，并期望这种价格走势能得到市场的认同和追捧，以便从价格波动中获得**额外收益**。所谓额外收益指的是超出基本收益的那部分收益。这种价格走势所能得到市场的认同和追捧的程度决定了这部分投资者获得额外收益能力的大小，也是投资决策成功与否的关键因素之一。当这种交易行为演化为市场信号，其他的投资者逐渐捕捉到这些信号时，“跟风效应”就产生了。他们根据各自的风险偏好以及对市场的评判决定自己的交易意愿和交易策略，目的同样是为了获得额外收益。所以，股市的投机行为可以理解为投资者根据价差波动进行买卖而期望获得额外收益的交易行为。这种投机行为既可获得超额收益，却也承担着额外的风险。

因此，上述交易意愿也是市场信息(号)的一部分。这种基于博弈之上通过买卖影响供求关系进而影响价格走势以便从价格波动中获得超额收益和通过某种程度的“跟风”和其他博弈行为而期望获得超额收益的交易意愿的市场信息便称为**主观信息**。本文中对主观信息的定义和通常意义下的定义有所不同，是基于投资者的动机而言的，更多的是对投资者心态的一种描述。当投资者是基于博弈心理而轻视股票的基本面(例如美国 70 年代恶炒垃圾股，90 年代追捧网络股而使股价到达非理性的价位)而交易时，这种心理要素便构成主观信息。

现在我们来试图解释无交易理论：信息不对称仍然是交易的唯一动机。当新的消息被最终确认时，此时客观信息是对称的。但由于投资者的个体差异，基于博弈之上的交易意愿存在差异，所以此时主观信息不对称。所谓**主观信息不对称**就是指主观信息的差异程度。既然此时差异仍然存在，即仍存在主观信息不对称所以仍有交易存在。甚至于当新的信息来临时，投资者的主观信息差异(不对称)加大，此时便存在所谓的信息公布日的反常交易量。

反过来看，在此信息结构下无交易理论是正确的。因为若信息完全对称，此时所有投资者的客观信息和主观信息都是对称的，即投资者的主观信息都是相同的，所以此时他们对某一股票的交易意愿相同，因而将会采取相同的交易策略。此时股票的交割便成为矛盾，若买、则无卖方；若卖、则无买方，交易量当然为 0。

引入主观信息后，市场价格的波动，成交量的放大或萎缩不仅仅被客观信息的不对称程度所决定，也被主观信息的差异所决定，所以，在市场逐渐规范，客观信息披露公开、公正后，主观信息的差异能够在某种程度上激活交易。

本文余下部分安排如下：第二部分给出模型，提出对主观信息的度量方法，并提出信息忽略假设；第三部分求出模型的均衡解，讨论了相关的成交量，并在本文的框架下给出了无交易理论的一种新的表述；文中有关定理、性质的证明在附录中给出。

二、模 型

考察一简单经济，资本资产市场的禀赋为一定数量之股票(风险资产)和无风险资产，无风险资产利率为 r。市场中有两类投资者：拥有客观信息的投资者，记为 I－投资者；不拥有客观信息的投资者(记为 U—投资者)。令 I－投资者和 U－投资者的比例分别为 w , 1-w (0≤ w ≤1)。经济定义如下：

1．偏好

假设所有投资者都具有不变绝对风险规避系数[1](CARA)，在此偏好下，投资者的资产需求和其财富无关，这表明均衡股票价格与投资者的财富分布无关，也和他的总财富水平无关。他们的消费和投资策略是最大化其生命效用：

$$E_t\left\{-\sum_{s=0}^{\infty} b^s e^{-g\, c_{t+s}}\right\},$$

其中，E_t 是条件期望算子，C_{t+s} 是第 $t+s$ 期的消费，假定所有的投资者都存在同样的时间折旧因子 b 和风险厌恶参数 g 。

2．主观信息和客观信息

客观信息：对客观信息的度量，我们仍然采用 Wang 的方法：股票第 t 期的红利。每份股票在时刻 t 支付红利 D_t，红利满足以下过程：

$$D_t = F_t + e_{D,\,t}, \tag{1}$$

其中 F_t 满足 AR(1)过程

$$F_t = a_F F_{t-1} + e_{F,\,t} \qquad 0 \le a_F \le 1 \tag{2}$$

这里 F_t 是红利的主体 $e_{D,\,t}$， $e_{F,\,t}$ 是独立同分布(i, i, d)，是对 D_t 和 F_t 的各自冲击。

主观信息：怎样度量主观信息呢？我们提出认同因子的概念。所谓认同因子是指投资者在基于额外收益判断之上的在某一价位上对某股票的持有(买入)或卖出的意愿程度，是一随机变量。记为 G_t (-1≤ G_t ≤1)，当 G_t 为+1 时表明投资者在现价位上坚持持有(买入)该股票， G_t 为-1 时表明投资者在现价位上坚持卖出该股票，正数表明投资者欲持有(买入)该股票，负数则相反。0 则表示投资者处于一种完全观望状态。G_t 越大，投资者买入持有该股票的意愿越强烈。

主观信息分为两类。一类是知情交易者的，记为 S_t^i；一类是未知情交易者的，记为 S_t^u。S_t^i 服从下列过程：

$$S_t^i = G_t^i + e_{st}^i, \tag{3}$$

其中，G_t^i 满足 AR(1)过程

$$G_t^i = a_{G_t^i} G_{t-1}^i + e_{G_t^i} \qquad 0 \le a_{G_t^i} \le 1 \tag{4}$$

同样，S_t^u 服从过程

$$S_t^u = G_t^u + e_{st}^u, \tag{5}$$

其中

$$G_t^u = a_{G_t^u} G_{t-1}^u + e_{G_t^u} \qquad 0 \le a_{G_t^u} \le 1 \tag{6}$$

这里 G_t^i，G_t^u 是 S_t^i，S_t^u 的主体，e_{st}^i ，$e_{G_t^i}$ ，e_{st}^u，$e_{G_t^u}$ 是各自的个体的冲击。是独立同分布。

3. **信息结构**

所有投资者从已实现红利和股票价格变化中获取信息，现在市场的信息包括F_t，G_t^i，G_t^u。I—投资者拥有F_t、G_t^i，U—投资者收到带噪音的信号；同样 U—投资者拥有G_t^u，I—投资者则只能收到这类信息带噪音的信号。

对信息投资者而言，他所关注的信号为G_t^u。后面将要证明在本文的假设下，信息投资者能够正确地提取信号G_t^u。对非信息投资者而言，他所关注的信号为F_t、G_t^i。后面将要证明在本文的假设下，这两者之间存在一种替代关系，因而信号便退化为一个。

$$K_t = F_t + e_{K,t}, \tag{7}$$

记J_t^i，J_t^u分别是 I—投资者，U—投资者在时刻 t 所拥有的信息集，则

$$J_t^i = \left\{D_s, P_s, F_s, G_s^i, G_s^u \mid S \le t\right\} \tag{8}$$

$$J_t^u = \left\{D_{s-1}, P_{s-1}, F_{s-1}, G_s^u, K_s \mid S \le t\right\}. \tag{9}$$

这里假设经济的初始点为$-\infty$，所有投资者的先验分布都是正态分布。公共信号的准确程度决定着 I—投资者和 U—投资者的信息不对称的程度。这里我们用对应的协方差阵来度量信号(息)的不对称程度。

注意到(8)，(9)式同王江(Wang，1994)文中的两类交易者的信息集相比，最主要的改变就在于本文中未知情交易者的信息集不再是知情交易者信息集的子集。由于两类交易者拥有各自的主观信息，本文中两类交易者的信息集就变成一种交叉关系。

4. **分布假设**

假设所有的冲击，$e_{D,t}$，$e_{F,t}$，e_{st}^i，e_{st}^u，$e_{G_t^i}$，$e_{G_t^u}$，e_{Kt}服从独立同分布，且为联合正态分布(该假设是为了数学上的简易)

定义：冲击$e_t^T = (e_{D,t}, e_{F,t}, e_{st}^i, e_{st}^u, e_{G_t^i}, e_{G_t^u}, e_{Kt})$

$e_t \sim N(0, \Sigma)$　这里Σ是冲击的协方差阵

5. 经济的结构是公共知识。

6. 市场交易成本为 0，股票是交易市场上唯一证券。

7. **行为假设：信息忽略假说**

由于两类投资者在市场中的不对等的地位，非信息投资者为了规避不必要的风险，在提取市场信号时总是有意或无意地忽略自己的意愿，即在对市场微观要素进行预期时有意或无意地忽略自己的主观信息。但在交易时他会结合预期和个人的主观信息进行最大化策略。在非对等博弈中，这是一个普通的、大众化的行为。例如：某一博士毕业生在人力市场上求职，在回答用人单位的薪金要求时，这实际上是一个对对方薪金支付意愿的预期。也许该博士毕业生的个人期望年薪为 15 万，但当他知道人力市场上博士毕业生的平均年薪为 12 万元时，他为了回避失去这份工作的风险，他的回答往往是 12 万元，即对对方支付意愿进行预期时忽略了个人的主观愿望。但在实际工作中，如果他对薪金满意他就会正常工作，否则他就会消极怠工或选择跳槽。又如在集权社会里，下级与上级的地位不对等，个人对自己的工作状况评价往往以上级对自己的评价为准。在实际工作中，他会根据个人的准则选择随波逐流或保持自己的操守。凯恩斯的选美博弈中尽管个人都有其各自的审美标准，但他考虑的却是

[1] 该假设是为了使得模型解存在。

其他人的评判标准。换言之，他在对结果预期时忽略了个人的主观信息。

该假设的提出是本文框架的基础之一。它既是为了简化本文模型的推导，也是为了描述金融市场中未知情交易者的心理行为。它所表达的是未知情交易者的预期跟风，而非行为跟风。未知情交易者在进行交易决策时根据对客观信息的预期和自己的主观信息进行决策。

三、均　衡

现在我们考虑定义上一节的经济模型之均衡。

在此模型中，每一位投资者都具有信息禀赋，I—投资者所拥有的是红利(客观信息)和他们的主观信息，U—投资者的拥有的则是自己的主观信息，他们彼此都力图从已实现红利价格变化中提取对方的信息。他们对市场的影响是不同的。

最简单的情形是某种对称的情形。当股票的未来红利流不存在任何不确定性且不存在主观信息时(或认同因子为 0)，股票完全等同于息票，价格自动调整到完全反应股票红利的水平。价格就是未来红利在无风险利率 r 折旧下的现值

$$\sum_{t=1}^{\infty}(1+r)^{-1}F_{t+t} = aF_t \text{，} \tag{10}$$

其中 $a = a_F/(R-a_F)$。

下面考察市场存在信息不对称时的情形：

(一)投资者的信息预期

当市场存在不对称的时候，由模型假设和经济的基本状态变量为 F_t，G_t^i，G_t^u。F_t 决定红利收益流，G_t^i、G_t^u 决定投资者的交易意愿，这些变量都影响整个市场价格走向。由于在不完全市场下信号并不能反应信息的真实状态，所以信息的真实状态并不为市场的每一位投资者所知晓，每一类投资者都只能从市场的信号中来提取(预期)对方的信息禀赋。因而，F_t，G_t^i，G_t^u 并不能完全概括经济的状况，经济(市场)的状况还依赖于一方对另一方的信息预期。资产市场的均衡价格也是如此。

给定

$$J_t^i = \{D_s, P_s, F_s, G_s^i, G_s^u \mid S \le t\}$$

$$J_t^u = \{D_{s-1}, P_{s-1}, F_{s-1}, G_s^u, K_s \mid S \le t\}$$

$$j_t^u = \{D_{s-1}, P_{s-1}, F_{s-1}, K_s \mid S \le t\}.$$

由行为假设可知：信息投资者根据信息集 J_t^i 进行预期，非信息投资者根据 j_t^u 而非 J_t^u 进行预期。注意到有 $j_t^u \subset J_t^i$。

记 $\hat{F}_t = E_t^u[F_t \mid j_t^u]$，　$\hat{G}_t^i = E_t^u[G_t^i \mid j_t^u], \hat{G}_t^u = E_t^i[G_t^u \mid J_t^i]$，

定理 1　定义在第四节的经济有一稳态理性预期均衡价格。均衡价格为：

$$P_t = -P_0 + (a-p_F)\hat{F}_t + p_F F_t + cG_t^i + d\hat{G}_t^i + eG_t^u + f\hat{G}_t^u\,. \tag{11}$$

其中，P_0、P_F、c、d、e、f 为某一常数，均大于零。

定理 2　定理 1 中的均衡价格可简化为：

$$P_t = -P_0 + (a - p_F)\hat{F}_t + p_F F_t + cG_t^i + dG_t^u . \tag{12}$$

证明：见附录

由定理 1 与定理 2 的等价性说明：尽管金融市场中存在主观信息、客观信息及投资者对其的各自预期，但这些变量并非独立的。价格均衡所传递的信号揭示了这些变量的相互关系。

值得注意的是，在证明过程中用到了行为假设。在此假设下，本文模型是否会退化为 Wang(1994)文的模型呢？也就是说，当本文中的非信息交易者在进行预期时忽略个人的主观信息时，本文的非信息交易者是否类同退化为 Wang 文中的非信息交易者呢？这两种情形是不同的。本文中的非信息交易者只是在预期时忽略个人的主观信息，但其主观信息并未消失，仍然是独立于其他变量而存在的。而且，非信息交易者的主观信息对均衡价格产生影响。式(12)说明，均衡价格是与交易意愿相关的，非信息交易者的交易意愿越高，均衡价格也越高。

在均衡价格中，$-P_0$ 是弥补无风险利率 r 的收益，由于无风险利率为 r，所以投资者希望通过降低股票价格来弥补无风险利率的损失。F_t、$\hat{F}_t$ 为股票的基本面及对其的预期，G_t^i、G_t^u 是股票的技术面，影响投资者之操作。由于引进了主观信息，我们很容易解释股票的价格为什么会经常偏离其基本价值(红利)而形成低估和高估，这是由两方面引起的：(1)对 F_t 的预期。当对 F_t 的预期大于或小于 F_t 的实际情形时，它会引致一定程度的股票价格的高估或低估，但这并不是高估或低估的全部；(2)当期认同因子的符号。当认同因子都大于零时，股票价格一路上升，如果股票价格到达其基本价值(红利)时，认同因子仍然都大于零，则形成高估。反之，则会形成低估。红利和认同因子的共同作用构成了高估和低估的种种形态。这就是为什么同样的股票，同样的业绩在不同的时间却有不同的价格，甚至会是高估或低估。

可以看到均衡价格是主观信息和客观信息的线性形式，信息投资者和非信息投资者对信息的预期都进入了价格函数，所以市场出清价格并没有完全揭示市场的全部信息(号)。因而，信息不对称仍存留于均衡中。

(二)非信息投资者的信息预期

由上面的证明可知，信息投资者能够正确地提取信号而形成对非信息投资者的主观信息的预期。所以，市场中主要是非信息投资者基于红利、已实现红利、价格、市场信号等要素进行条件期望。特别地，从当期价格中，非信息投资者可以推断下式：

$$p_F F_t + cG_t^i \equiv \Phi_t .$$

这是由于 $P_t = -P_0 + (a - p_F)\hat{F}_t + \Phi_t + dG_t^u$，且 $\hat{F}_t, G_t^u$ 分别是他们自己的期望和认同因子。所以，Φ_t 代表当期的均衡价格信息内容。

我们已经假定 F_t, G_t 均服从高斯过程。而且红利、公共信号、均衡价格都是正态分布噪音下的 F_t, G_t^i 的线性信号。

性质一　给定

$$J_t^i = \left\{ D_s, P_s, F_s, G_s^i, G_s^u \mid S \le t \right\}$$

$$J_t^u = \{D_{s-1}, P_{s-1}, F_{s-1}, G_s^u, K_s \mid S \le t\}$$

$$j_t^u = \{D_{s-1}, P_{s-1}, F_{s-1}, K_s \mid S \le t\}$$

记 $\hat{F}_t = E_t^u[F_t \mid j_t^u]$, $\hat{G}_t^i = E_t^u[G_t^i \mid j_t^u]$,

则 $\hat{F}_t$, $\hat{G}_t^i$, 是由下面的 Kalman 滤波问题所决定：

$$\begin{pmatrix} \hat{F}_t \\ \hat{G}_t^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{t-1}^u[F_t] \\ E_{t-1}^u[\hat{G}_t^i] \end{pmatrix} + M \begin{pmatrix} K_t - E_{t-1}^u[K_t] \\ D_t - E_{t-1}^u[D_t] \\ \Phi_t - E_{t-1}^u[\Phi_t] \end{pmatrix}, \tag{13}$$

其中 M 是一 2×3 矩阵。

所谓滤波问题是指通过已知的状态变量(信号)历史来推导出信号的条件分布。在目前假设下的滤波问题就是 Kalman 滤波问题。

证明：见 Wang(1994：pp.158- 160, Appendix A., Theorem 1)。

隐藏在该滤波方程后的直觉是简单的。右边的第一项给出了所有投资者基于前期信息下的期望；右边第二项给出了投资者基于新信息下的调整，这种调整是基于新旧信息的差异程度的。也就是说，投资者力求对信息预期的平滑、理性化。比如某一公司前期业绩尚佳，可本期业绩下滑，则非信息投资者对该股票业绩的预期并不会立即趋于悲观，而是在前期信息的基础上通过业绩下降的幅度来调整他的预期。

记 $\Theta_t \equiv \hat{F}_t - F_t$, 则 Θ_t 表示非信息投资者对红 F_t 的估计误差。则可以证明 Θ_t 服从一个一阶自回归过程：

$$\Theta_t = a_\Theta \Theta_{t-1} + e_{\Theta,t}, \tag{14}$$

其中 $e_{\Theta,t}$ 是基本冲击 e_t 的线性组合，且 $0 \le a_\Theta < 1$(见 Wang, 1994：pp. 158- 160, Appendix A, Theorem 1)。

(三)超额收益率

给定上面均衡价格和投资者的条件期望，我们可以推导出投资者对股票的未来收益的预期。股票超额收益率为：

$$Q_{t+1} = P_{t+1} - RP_t + D_{t+1} \tag{15}$$

$$P_t = -P_0 + (a - p_F)\hat{F}_t + p_F F_t + cG_t^i + dG_t^u. \tag{16}$$

代入整理可得：

$$Q_{t+1} = e_0 + e_1 G_t^i + e_2 G_t^u - e_\Theta \Theta_t + k_q e_{Q,t+1}, \tag{17}$$

其中 $e_0 = rP_o$, $e_1 = c(a_{G_t^i} - R)$, $e_2 = d(a_{G_t^u} - R)$, $e_\Theta = (R - a_\Theta)(a - p_F)$, $e_{Q,t+1}$ 是 e_{t+1} 的线性组合。

对(13)式求条件期望得：

$$E_t^u[Q_{t+1} \mid j^u] = e_0 + e_1 \hat{G}_t^i + e_2 G_t^u \tag{18}$$

$$E_t^i[Q_{t+1} \mid J^i] = e_0 + e_1 G_t^i + e_2 \hat{G}_t^u - e_\Theta \Theta_t \quad . \tag{19}$$

上式的结论很值得回味，对于非信息投资者而言，他所获得的超额收益与红利并无直接的联系，而是与信息投资者的交易意愿和自己的操作手法(交易意愿)相关。红利的作用只能是间接地在一定程度影响投资者的交易意愿。这在某种程度上支持了市场技术分析研究的思路。市场技术分析派人士认为：对股票的把握，主要是预测其价格走势，该股票现在的价位(内含红利)则处于次要的地位。

(三)最优持有组合

给定上述均衡价格和超额收益率，我们可以求出投资者的最优持有组合。

定理 3　记W_t^u为非信息投资者在t期的财富，C_t^u是他(们)在t期的消费，X_t^u是他(们)在t期的股票持有量：I^u是其值函数，他(们)的最优化问题是

$$I^u = \max E[-\sum_{s=0}^{\infty} b^{s^{e-rC_{t+s}}} \mid j_t^u] \tag{20}$$

使得

$$W_{t+1}^u = (W_t^u - C_t^u)R + X_t^u Q_{t+1} . \tag{21}$$

它有下列解：

$$I^u(\cdot) = -b^t \exp\{-aW_t^u - V^u[G_t^i, G_t^u]\}$$

$$C_t^u = -\frac{1}{g}\ln(-\frac{1}{g}\frac{\partial I^u}{\partial W}) \tag{22}$$

$$X_t^u = \frac{1}{a}\Gamma^u E[Q_{t+1} \mid j_t^u] - \frac{1}{a} h_x^u(\cdot, \cdot,) .$$

其中$a = r/gR$，$V^u(\cdot, \cdot)$是二次型函数，Γ^u是正定常数阵，$h_x^u(\cdot, \cdot,)$是线性函数。[2]

定理 4　记W_t^i为信息投资者在t期的财富，C_t^i是他(们)在t期的消费。X_t^i是他(们)在t期的股票持有量：I^i是其值函数，他(们)的最优化问题是

$$I^i = \max E[-\sum_{s=0}^{\infty} b^{s^{e-rC_{t+s}}} \mid J_t^i] \tag{23}$$

使得

$$W_{t+1}^i = (W_t^i - C_t^i)R + X_t^i Q_{t+1} . \tag{24}$$

它有下列解：

$$I^i(\cdot) = -b^t \exp\{-aW_t^i - V^i[\hat{F}_t, F_t, G_t^i, G_t^u]$$

$$C_t^i = -\frac{1}{g}\ln(-\frac{1}{g}\frac{\partial I^i}{\partial W}), \tag{25}$$

[2] 为了获得最优解，一个 Merton 类型的横截条件是必须的。即$Lim_{s\to\infty} E_t[I(W_{t+s};\Psi_{t+s};t+s)] = 0$。

且

$$X_t^i = \frac{1}{a}\Gamma^i E[Q_{t+1} \mid J_t^i] - \frac{1}{a}h_x^i(\cdot,\ \cdot,\ \cdot,\ \cdot).$$

其中 $a = r/gR$，$V^i(\cdot,\ \cdot,\ \cdot,\quad \cdot)$ 是二次型函数，Γ^i 是正定常数阵，$h_x^i(\cdot,\ \cdot,\ \cdot,\quad \cdot)$ 是线性函数。[3]

证明：见附录。

(四)成交量

给定投资者的交易策略，我们很容易算出均衡交易量。这里，我们把所有发行的股票总额标准化为 1。所以，这里的成交量实际上指的是交易份额占所有发行的股票总额的比率。

在当前的模型下，只有两类投资者，所有的交易发生在他们之间。由于市场出清，交易量可以通过任一类投资者的持有的股票的份额的变更来计算。为了简单起见，这里采用非信息投资者的交易量。

$$\begin{aligned} V_t &= (1-w)\left|X_t^u - X_{t-1}^u\right| = \\ &(1-w)\left|f_1^u(\hat{G}_t^i - \hat{G}_{t-1}^i) + f_2^u(G_t^u - G_{t-1}^u)\right|. \end{aligned} \tag{26}$$

非投资者的交信息易动机来自两方面：一是他们对信息投资者的持有意愿的预期的变更。当非信息投资者提取市场信号而形成对信息投资者的持有意愿的预期的变更时(同上一期相比的高低变化)，他们就会根据此变化进行股票持有头寸的变化。二是他们自己本身的持有意愿的变化。这同样会引起股票持有头寸的变化。

上式的解析形式与 Wang 文类似，但他们的经济含义则有所不同。Wang 文中的成交量来自风险对冲所引致的投资组合的变更和非信息投资者对信息投资者投资机会的预期的差异。这种动机来自市场外部要素的冲击。本文中的信息要素内生于市场，成交量不仅来自对对方交易意愿的预期的变化，也和自己的交易意愿的变化相关。

值得注意的是：当 $(G_t^u - G_{t-1}^u)$ 与 $(\hat{G}_t^i - \hat{G}_{t-1}^i)$ 完全正相关时，该情形便退化成 Wang 文中的情形(见 Wang, 1994：p.145, formula (23))。此时，非信息交易者的交易意愿的变更完全由对信息交易者的交易意愿的预期变更所决定，即非信息交易者是完全跟风的。由此可见，Wang 文中的情形是一种完全跟风的情形，是本文的一个特例。我们可以将 Wang 文中的情形理解为信息交易者的主观信息是与投资机会成完全正相关的变量，而非信息交易者是完全跟风的时的情形。当非信息投资者并非完全跟风时，便构成了更为复杂的市场行为。

(五)无交易理论

无交易理论：当市场中的投资者的主观信息和客观信息完全对称时，市场的证券交易量为零。

证明：见附录。

无交易理论的前提是投资者是理性的。投资者交易的动机来源于信息的不对称和他们对信息的反应。当信息是完全而且对称时，理性预期下的金融理论认为金融市场只是表现为价格的波动而不伴随着成交量的发生。但许多实证研究表明：投资者过度的交易积极性已经对

传统下的金融理论提出了挑战。现代行为金融学基于投资者的各种心理 :投资者的过度自信、投机心理、对交易损失的后悔、甚至文化等要素来研究他们对信息的反应。现代行为金融学的基本假设是投资者是有限理性的。

本文对无交易理论的证明是基于本文的假设之上的。本文试图将投资者的一些不完全理性的心理信息概括为主观信息。本文证明了客观信息的不对称以及投资者对客观信息的预期的差异并不是交易动机的全部。客观信息的对称必然导致对其预期的对称，而当代金融市场的发展以及规则的完善意味着客观信息的日趋对称，这是否预示着股市成交量的必然萎缩呢？作者并不认同此结果的必然性。因此，作者试图引入主观信息来改变传统的信息结构，以期更普遍地解释成交量。在本文的信息结构下，当市场中仅仅只有客观信息对称时，市场的成交量并不一定为零。

附录(一)：定理 2 与定理 1 的等价性的证明

在定理 1 的均衡价格中：对于信息投资者，均衡价格揭示了

$$\Pi_t = (a - p_F)\hat{F}_t + d\hat{G}_t^i + eG_t^u, \tag{A1}$$

因为在均衡价格中，P_t、P_0、F_t、G_t^i、$\hat{G}_t^u$ 是信息投资者已经知道的变量。所以有：

$$\Pi_t = E_t\left[\Pi_t \mid J_t^i\right].$$

即：

$$\Pi_t = (a - p_F)\hat{F}_t + d\hat{G}_t^i + eG_t^u =$$

$$(a - p_F)E_t\left[\hat{F}_t \mid J_t^i\right] + dE_t\left[\hat{G}^u{}_t \mid J_t^i\right] + eE_t\left[G_t^u \mid J_t^i\right]. \tag{A2}$$

注意到非信息投资者的信息预期集是信息投资者的信息预期集的子集，故：

$$(a - p_F)\hat{F}_t + d\hat{G}_t^i + eG_t^u = (a - p_F)\hat{F}_t + d\hat{G}_t^i + e\hat{G}_t^u.$$

所以

$$G_t^u = \hat{G}_t^u. \tag{A3}$$

这个结果很重要。也就是说信息投资者通过均衡价格可以预期到非信息投资者的主观信息的准确信号。这是两类投资者的不对称地位为什么得以不断动态延伸的原因。这个结果保证了下一期中两类投资者的信息集结构与上一期完全类似，也就保证了行为假设的动态一致性。

同理，对于非信息投资者，均衡价格揭示了

$$\Omega_t = p_F F_t + cG_t^i + f\hat{G}_t^u. \tag{A4}$$

所以，

$$\Omega_t = p_F F_t + cG_t^i + f\hat{G}_t^u = a\hat{F}_t + c\hat{G}_t^i + fE_t\left[\hat{G}_t^u \mid j_t^u\right]. \tag{A5}$$

即

$$aF_t + cG_t^i = a\hat{F}_t + c\hat{G}_t^i$$

或

$$a(\hat{F}_t - F_t) = -c(\hat{G}_t^i - G_t^i)\,. \tag{A6}$$

将(A3)式和(A6)式代入(11)式即可。

为了方便起见，我们将均衡价格形式写为

$$P_t = -P_0 + (a - p_F)\hat{F}_t + p_F F_t + cG_t^i + dG_t^u\,. \tag{\#}$$

附录(二)：定理三的证明

证明：

$$E_t^u[Q_{t+1} \mid j^u] = e_0 + e_1\hat{G}_t^i + e_2 G_t^u$$

令 $y_t^u = (1, \hat{G}_t^i, G_t^u)$ 为非信息投资者的状况变量。则向量 y_t^u 服从下列 AR(1)过程

$$y_t^u = a_y^u y_{t-1}^u + b_y^u e_t\,. \tag{A7}$$

其中，a_y^u, b_y^u 可由简单的计算求出，e_t 是对应的冲击。

记 $V_{t+1}^u = Q_{t+1}$ 为非信息投资者的收益向量，则

$$V_{t+1}^u = e_V y_t^u + b_V e_{t+1}^u\,. \tag{A8}$$

e_V，b_V 可由超额收益式(22)求出。

使用这些记号，非信息投资者最优问题可以用下面 Bellman 方程来表达。

$$0 = \max_{X,c}\left\{-b^t e^{-gc_t} + E\left[I(W_{t+1}; y_{t+1}) \mid J_t^u\right] - I(W_t; y_t; t)\right\} \tag{A9}$$

使得

$$W_{t+1} = (W_t - c_t)R + X_t^u V_{t+1}\,.$$

考虑下面值函数的试验解：

$$\Pi(W_t; y_t; t) = -b^t e^{-aW_t - 1/2 y_t^T v y_t} \tag{A10}$$

其中 v 是一 3×3 常数对称阵。定义

$$v_{aa} = a_y^T v a_y\,, v_{bb} = b_y^T v b_y\,, v_{ab} = a_y^T v b_y\,, \Omega = \left(\Sigma^{-1} + v_{bb}\right)^{-1},$$

$$\Gamma = \left(b_V \Omega b_V^T\right)^{-1}, g = e_V \Omega v_{ab}^T, d' = |\Omega^{-1}\Sigma|^{-1/2}\ .$$

其中上标 T 表示转置。

直接的计算可证明：

$$E\left[\Pi_{t+1} \mid J_t^u\right] = -db^{t+1}\exp[-aR(W_t - c_t) - a\Psi_t^T g^T X_t$$
$$+1/2a^2 X_t^T \Gamma^{-1} X_t - 1/2\Psi_t^T\left(v_{aa} - v_{ab}\Omega v_{ab}^T\right)\Psi_t]$$

最优投资消费策略函数的一阶条件为：

$$X_t = \frac{1}{a}K_V y_t\,, K_V = \Gamma(e_V - b_V \Omega v_{ab}^T) \tag{A11}$$

$$c_t = \bar{c} + \frac{aR}{g + aR}W_t + \frac{1}{2(g + aR)}\Psi_t^T m \Psi_t\,, m = v_{aa} - v_{ab}\Omega v_{ab}^T + g^T \Gamma g,$$

且 $$\bar{c}=\frac{1}{g+aR}\ln\left(\frac{g}{a\,bRd}\right).$$

将最优消费—投资策略代回 Bellman **方程，我们得到：**

$$a=\frac{rg}{R},\bar{c}=-\frac{1}{gR}\ln(rbd),$$

$$\exp\left\{-1/2\Psi_t^T\left[\frac{1}{R}m-v+\left(g\bar{c}+\ln\frac{r}{R}\right)i_{11}\right]\Psi_t\right\}=1.$$

这里，$i_{11}^{(3,3)}$**是一个**3×3**指数矩阵。这样就得到下列关于**v**的方程。**

$$\frac{1}{1+r}m-v+\left[g\bar{c}+\ln\frac{r}{1+r}\right]i_{11}=0.$$

注：一个指标矩阵$i_{ij}^{(m,n)}$ **是一个**$m\times n$**矩阵，其元素**$\{i,j\}$**是** 1 **而其它元素为** 0。

例如：

$$i_{11}^{(2,2)}=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}.$$

这些方程集的解决定了 v，**也就完全决定了值函数和最优投资—消费策略函数，由方程** (34)**我们可以将非信息投资者的最优组合重写为：**

$$X_t=\frac{1}{a}\Gamma E[V_{t+1}\mid V_t]-\frac{1}{a}hy_t,h=\Gamma b_V\Omega v_{ab}^T\ . \tag{A12}$$

定理 4 **的证明和定理** 3 **完全相似。**

附录(三)：定理 2 **的证明：**

由定理 3 **和定理** 4，**我们将投资者的股票最优持有量表达为**

$$X_t^i=f_0^i+f_1^iG_t^i+f_2^iG_t^u+f_3^i\Theta_t \tag{A13}$$

$$X_t^u=f_0^u+[f_1^u]'\hat{G}_t^i+[f_2^u]'G_t^u\ . \tag{A14}$$

将(16)**式代入**(37)**式得：**

$$X_t^u=f_0^u+f_1^uG_t^i+f_2^uG_t^u+f_3^u\Theta_t. \tag{A15}$$

其中所有常系数 $f_0^i,f_1^i,f_2^i,f_3^i,f_0^u,f_1^u,f_2^u,f_3^u$**,均为**$e_i(i=0,1,2,\Theta)$**的线性组合。**

为了推导均衡时的价格函数，股票市场必须出清。由(A13)**和**(A15)**得：**

$$1=wX_t^i+(1-w)X_t^u=w\left(f_0^i+f_1^iG_t^i+f_2^iG_t^u+f_3^i\Theta_t\right)+$$
$$(1-w)\left(f_0^u+f_1^uG_t^i+f_2^uG_t^u+f_3^u\Theta_t\right)$$

这就得到了

$$\begin{gathered}wf_0^i+(1-w)f_0^u=1,\quad wf_1^i+(1-w)f_1^u=0\\ wf_2^i+(1-w)f_2^u=0,wf_3^i+(1-w)f_2^u=0.\end{gathered} \tag{A16}$$

将 f_0^i,f_1^i,f_2^i,f_3^i,, f_0^u,f_1^u,f_2^u,f_3^u**,都变换成**e_i**的表达式，便得到了一组关于** e_i **的方程组。注意到方程组的个数和未知量的个数是相等的，所以我们认为该方程组有唯一解。**

由于e_i**和**P_0、P_F、c、d **相差一个满秩变换阵，所以这便得到**P_0、P_F、c、d **、的一组唯一解(由于我们没有求出方程的分析解，而是用数字计算的方法求出** X_t^i，X_t^u **的表达**

式，所以我们无法对代数方程(39)的系数阵进行精确的讨论，只能抽象地认为方程组的个数和未知量的个数相等便存在解，这时在不完全信息下资产定价模型所面临的数学困难之一)。

附录(四)：无交易理论的证明

当市场结构完全对称时：$s_s^2 = 0$

对于两类投资者而言，我们有：$\hat{F}_t = F_t$

由(16)式得：

$$\hat{G}_t^i = G_t^i, \quad \hat{G}_t^u = G_t^u .$$

由超额收益式(22), (23)得两类投资者的超额收益完全相等。

又由定理 3、定理 4 中的(26)(29)可得：投资者的股票最优持有量表达为

$$X_t^i = f_0^i + f_1^i G_t^i + f_2^i G_t^u$$

$$X_t^u = f_0^u + f_1^u G_t^i + f_2^u G_t^u . \qquad \text{(A17)}$$

其中,

$$f_0^i \neq f_0^u, \quad f_1^i = f_1^u, \quad f_2^i = f_2^u .$$

由市场出清可知：

$$1 = wX_t^i + (1-w)X_t^u .$$

即：

$$w\,(\,f_0^i + f_1^i G_t^i + f_2^i G_t^u\,) + (1-w)\,(\,f_0^u + f_1^u G_t^i + f_2^u G_t^u\,) = 1. \qquad \text{(A18)}$$

故

$$wf_0^i + (1-w)\,f_0^u = 1, \quad wf_3^i + (1-w)\,f_3^u = 0, \quad wf_4^i + (1-w)\,f_4^u = 0 .$$

(A19)

解之得：

$$f_3^i = f_3^u = 0, \qquad f_4^i = f_4^u = 0.$$

代入(40)式，我们有：

$$V_t = 0 .$$

证毕。

参考文献

Bagehot, W., "The Only Game in Town." *Financial Analysts Journal*, 1971, 27,12-14,22.

Campbell, J.Y. and A. S. Kyle, "Smart Money, Noisy Trading and Stock Price Behavior." *Review of Economic Studies*, 1993,60,1-34.

Copeland, L.Y. and D. Galai, "Information Effects and the Bid-Ask Spread." *Journal of Finance*, 1983,38,1457-1469.

戴国强、吴祥林,《金融市场微观结构理论》，上海：上海财经大学出版社, 1999 年。

Demsetz, H., "The Cost of Transacting." *Quarterly Journal of Economics*, 1968, 82, 33-53.

Fama, E. F., "Market Efficiency, Long-term Returns, and Behavioral Finance." *Journal of Financial Economics*, 1998,49,283-306.

Garman, M., "Market Microstructure." *Journal of Financial Economics*, 1976, 3,257-275.

Glosten, L. and P. Milgrom, " Bid, Ask, and Transaction Prices in a Specialist Market with Heterogeneously Informed Traders." *Journal of Financial Economics*, 1985,13,71-100.

Grossman, S. J., and J. E. Stiglitz, "On the Impossibility of Informationally Efficient Markets."

American Economic Review, 1980,70,393-408.
Harrison, H. and J. C. Stein, " A Unified Theory of Underreaction, Momentum Trading, and Overreaction in Asset Markets." *Journal of Finance*, 1999,6, 2143-2185.
Lintner, J., "The Valuation of Risk Rssets and The Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets." *Review of Economics and Statistics*, 1965,47,13-37.
Lucas, D. J., Asset Pricing with Undiversifiable Income Risk and Short Sales Constraints: Deepening the Equity Premium Puzzle." Manuscript, Evanston: Northwestern University, 1991.
Mankiw, N. G., "The Equity Premium and the Concentration of Aggregate Shocks." *Journal of Financial Economics*, 1986,17,211-219.
Mossin, J., "Equilibrium in a Capital Asset Markets." *Econometrica*, 1966, 35, 768-783.
O'Hara, M. and G. Oldfield, "The Microeconomics Theory." Basil Black-well Publisher,
Review of Economic Studies, 1986, 60, 1-34.
Ross, S., " Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing." *Journal of Economic Theory*, 1976, 13, 341-360.
钱敏平、龚光鲁, **《应用随即过程》**, **北京：北京大学出版社**, 1998 **年。**
Sharpe, W., "Capital Asset: A Theory of Capital Market Equilibrium Under Conditions of Risk." *Journal of Finance*, 1964,19,425-442.
Stoll, H., "The Supply of Dealer Services in Securities Markets." *Journal of Finance*, 1978, 33, 1133-1151.
Wang, J., " A Model of Intertemporal Asset Prices Under Asymmetric Information." *Review of Economic Studies*, 1993, 60, 249-282.
Wang, J., " A Model of Competitive Stock Trading Volume." *The Journal of Political Economy*, 1994,102,127-168.

A Model of Asset Pricing under Incomplete Information

WEIMIN TANG

(Wuhan University)

HENGFU ZOU

(Wuhan University and Peking University)

Abstract This paper develops an asset-pricing model with incomplete market and asymmetric information. We introduce the distinction between subjective and objective information. A new information partition for investors has been developed based on this distinction. The two concepts are linked by the acceptance factor that measures the degree of overlapping between them. We extend Wang (1994)'s results within this new framework. In addition, the no-trading theorem is proved to be still correct under the paper's market structure。

JEL Classification C60, D80, G12,